

ISME2012-2936

## تحلیل استاتیکی استوانه هدفمند با روش بدون المان کالوکیشن نقطه‌ای شعاعی

سالار فرزام‌نیا<sup>۱</sup>، مهرداد فروتن<sup>۲</sup>، نوید شیرزادی<sup>۳</sup>، محمدرضا قادری<sup>۴</sup>، محمدسجاد رشیدپور<sup>۵</sup>

<sup>۱</sup> کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، گرایش طراحی کاربردی، دانشگاه رازی کرمانشاه، salar.farzamnia@gmail.com  
<sup>۲</sup> استادیار گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی کرمانشاه، foroutan@razi.ac.ir  
<sup>۳</sup> کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، گرایش طراحی کاربردی، دانشگاه رازی کرمانشاه، shirzadi.navid@yahoo.com  
<sup>۴</sup> کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، گرایش طراحی کاربردی، دانشگاه رازی کرمانشاه، reza.re63@gmail.com  
<sup>۵</sup> کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه جامع علمی کاربردی، مرکز اسلام آباد غرب، m.s.rashidpour@gmail.com

### چکیده

در سال‌های اخیر روش‌های بدون المان با توجه به مزایایی که نسبت به روش‌های المان محور دارند، جایگاه ویژه‌ای در مسائل مکانیک جامدات پیدا کرده‌اند. در این مقاله از روش بدون المان کالوکیشن نقطه‌ای شعاعی جهت تحلیل استاتیکی استوانه FGM استفاده شده است. این روش بر پایه توابع شکل میان‌یابی نقطه‌ای شعاعی و فرم قوی معادلات تعادل بنا نهاده شده است. توابع پایه شعاعی (RBFs) مختلفی جهت ساخت توابع شکل میان‌یابی نقطه‌ای شعاعی وجود دارند که در این مقاله از تابع پایه شعاعی کلاسیک گوسی بهره گرفته شده است. جهت مدلسازی ماده FGM نیز از رابطه غیرخطی کسر حجمی بهره گرفته شده است. در نهایت توزیع تنش‌های شعاعی و محیطی در استوانه مشخص و با تحقیقات پیشین مقایسه می‌گردند. مشاهده می‌شود که در این استوانه‌ها، کاهش ضخامت استوانه و نوع تغییرات خواص مکانیکی تاثیر زیادی روی تنش محیطی دارد، ولی تاثیر قابل توجهی بر روی تنش شعاعی ندارد.

### واژه‌های کلیدی

تحلیل استاتیکی، استوانه هدفمند، روش بدون المان کالوکیشن، تابع شکل نقطه‌ای شعاعی

### مقدمه

مواد هدفمند (FGM) نسل جدیدی از مواد مهندسی هستند که (معمولاً) از ترکیب دو ماده مختلف که اغلب یکی فلز و دیگری سرامیک است ساخته می‌شوند، به طوری که خواص ترکیب حاصل به طور یکنواخت تغییر می‌کند. در نتیجه در این مواد جز حجمی مواد تشکیل دهنده به صورت تابعی یکنواخت تغییر کرده و باعث ایجاد یک میکروساختار غیر یکنواخت و یک ماکروساختار با تغییرات پیوسته می‌شود [۱].

با توجه به مشکلات روش اجزای محدود، در دهه اخیر کلاس جدیدی از روش‌های عددی گسترش یافته‌اند که جهت تحلیل مسئله نیازی به المان نداشته و برای تقریب تابع مجهول تنها از گره‌ها و اطلاعات مربوط به آن‌ها استفاده می‌کنند. این روش‌ها به روش‌های بدون المان معروفند. «روش بدون المان روشی است که برای کل

دامنه مسئله دستگاه معادلات جبری را تحلیل می‌کند و جهت گسسته‌سازی دامنه مسئله از هیچگونه شبکه‌ای استفاده نمی‌کند» [۲]. روش‌های بدون المان بر اساس اینکه مبتنی بر کدام فرم از معادلات حاکم باشند به سه گروه عمده تقسیم می‌شوند: ۱- روش‌های بدون المان بر پایه فرم ضعیف معادله حاکم ۲- روش‌های بدون المان بر پایه فرم قوی معادله حاکم (روش‌های کالوکیشن) ۳- روش‌های بدون المان بر پایه ترکیب فرم ضعیف و فرم قوی معادله حاکم (فرم ضعیف-قوی). در روش‌های کالوکیشن، فرم قوی معادله‌های حاکم و روابط اعمال شرایط مرزی، مستقیماً جداسازی می‌شوند تا دستگاه معادله‌های جبری تفکیک شده حاصل شود. روش‌های اختلاف محدود با شبکه دلخواه یا اختلاف محدود عمومی (GFDM) [۳]، روش‌های بدون المان کالوکیشن [۴] و روش نقاط محدود [۵] از جمله روش‌هایی هستند که بر پایه فرم قوی بنا نهاده شده‌اند. روش‌های بدون المان فرم قوی دارای مزایایی می‌باشند از جمله: الگوریتم ساده‌ای دارند، مزایای محاسباتی داشته و روش‌های بدون المان حقیقی می‌باشند (به سلول‌های پس‌زمینه نیاز ندارند) [۲]. با توجه به اینکه افزایش استفاده از استوانه‌های FGM تحت فشار مستلزم تحلیل‌های جامع بر روی آنها می‌باشد، از اینرو تحقیقات گسترده‌ای روی این لوله‌ها صورت گرفته است. در سال ۲۰۰۱ میلادی توتونکو و همکارانش [۶]، میدان جابجایی و تنش را در یک استوانه و کره توخالی FGM تحت فشار داخلی را به روش تئوری بی‌نیازیت کوچک الاستیک، بدست آوردند. در سال ۲۰۰۹ میلادی لی و پنگ [۷]، تحلیل الاستیک یک استوانه FGM توخالی تحت فشار داخلی را انجام دادند. آنها تاثیر ضخامت و نوع تغییرات خواص مکانیکی را بررسی کردند. همچنین در سال ۲۰۰۹ میلادی توتونکو و همکارانش [۸]، میدانهای جابجایی و تنش را در استوانه‌ها، دیسک‌ها و کره‌های FGM که تحت فشار داخلی یکنواخت قرار داشتند را با تئوری الاستیک صفحه‌ای و روش تابع متمم تعیین کردند. در این مقاله در کاری جدید از توابع پایه شعاعی کلاسیک گوسی در روش کالوکیشن نقطه‌ای شعاعی جهت تحلیل بهره گرفته شده است.

### معادلات حاکم بر استوانه هدفمند

زمانی که  $m=0$  RBF مطلق (خالص) خواهیم داشت. در غیر اینصورت RBF با تابع پایه چندجمله‌ای ترکیب می‌شود. ضرایب  $a_i$  و  $b_j$  ثابت‌هایی هستند که باید محاسبه گردند. در تابع پایه شعاعی  $R_i(X)$ ، متغیر، تنها فاصله بین نقطه مورد نظر  $x$  و یک گره در  $x_i$  می‌باشد:

$$r = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \quad (7)$$

امروزه انواع مختلفی از توابع پایه شعاعی موجود هستند و مشخصات هر یک از آنها به دقت و بصورت کامل مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۹]. در این مقاله از تابع پایه شعاعی گوسی بهره گرفته شده است. این تابع پایه شعاعی بدین صورت می‌باشد:

$$R_i(x, y) = \exp\left[-\alpha_c \left(\frac{r_i}{d_c}\right)^2\right] \quad (8)$$

که در آن  $\alpha_c$  پارامتر شکل و  $d_c$  بیانگر طول مشخصه بین گره‌ها می‌باشد. به منظور تعیین ضرایب  $a_i$  و  $b_j$  در رابطه (۶)، حوزه اثری برای نقطه دلخواه  $x$  تشکیل می‌شود و  $n$  گره در آن لحاظ می‌گردد. ضرایب  $a_i$  و  $b_j$  در رابطه (۶) با ارضا شدن رابطه در تمام  $n$  گره اطراف نقطه  $x$  تعیین می‌شود. این امر منجر به  $n$  رابطه خطی برای هر گره  $x$  می‌شود. فرم ماتریسی این معادلات را می‌توان بصورت زیر بیان نمود:

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{R}_0 \mathbf{a} + \mathbf{P}_m \mathbf{b} \quad (9)$$

که ماتریس ممان RBF ها بدین ترتیب است:

$$\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} R_1(r_1) & R_2(r_1) & \dots & R_n(r_1) \\ R_1(r_2) & R_2(r_2) & \dots & R_n(r_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_1(r_n) & R_2(r_n) & \dots & R_n(r_n) \end{bmatrix}_{(n \times n)} \quad (10)$$

همچنین ماتریس ممان چندجمله‌ای‌ها نیز بدین شکل می‌باشد:

$$\mathbf{P}_m^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_m(\mathbf{x}_1) & p_m(\mathbf{x}_2) & \dots & p_m(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix}_{(m \times n)} \quad (11)$$

در معادله (۱۰)،  $r_k$  در  $R_i(r_k)$  بدین صورت تعریف می‌شود:

$$r_k = \sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2} \quad (12)$$

هرچند در معادله (۸)،  $n+m$  متغیر وجود دارد، معادله اضافی را می‌توان با شرط قیدی زیر اضافه نمود:

$$\sum_{i=1}^n p_j(\mathbf{x}_i) a_i = \mathbf{p}_m^T \mathbf{a} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

ترکیب معادلات (۹) و (۱۳) منجر به مجموعه‌ای از معادلات به شکل زیر و در فرم ماتریسی خواهند شد:

$$\tilde{\mathbf{U}}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{P}_m \\ \mathbf{P}_m^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} = \mathbf{G} \mathbf{a}_0 \quad (14)$$

که در آن

$$\mathbf{a}_0^T = \{a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m\} \quad (15)$$

$$\tilde{\mathbf{U}}_s = \{u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n \ 0 \ 0 \ \dots \ 0\}$$

یکی از انواع مهم مسائل الاستیسیته مسائلی هستند که در آنها جسم، حاصل از دوران بوده و بر روی جسم نیروهای متقارن محوری وارد می‌شوند. مسئله‌ای متقارن محوری از یک استوانه جدار ضخیم بلند و تحت فشار داخلی  $P_i$  در نظر گرفته می‌شود. شعاع داخلی استوانه  $r_i$  و شعاع خارجی آن  $r_o$  فرض می‌شوند. در صورتیکه طول یک استوانه در مقایسه با شعاع آن بسیار بزرگ باشد می‌توان از شرایط کرنش صفحه‌ای در مورد آن بهره گرفت. در این حالت می‌توان استوانه را بصورت یک بعدی تحلیل نمود. معادله تعادل در یک استوانه بلند مطابق با رابطه زیر است:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1)$$

همچنین رابطه تنش-کرنش در آن بدین صورت می‌باشد:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} ((1-\nu)\epsilon_r + \nu\epsilon_\theta) \quad (2)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\nu\epsilon_r + (1-\nu)\epsilon_\theta)$$

از طرفی دیگر رابطه کرنش-تغییر مکان در استوانه متقارن محوری با طول بلند به شکل زیر است:

$$\epsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \epsilon_\theta = \frac{u_r}{r} \quad (3)$$

با اعمال رابطه (۳) در رابطه (۲) و قرار دادن نتیجه در رابطه (۱) به معادله تعادل بر حسب مولفه‌های تغییر مکان (معادله ناویر-کوشی) دست یافته می‌شود. هدف از تحلیل استاتیکی حل این معادله می‌باشد.

جهت تحلیل استوانه هدفمند از رابطه غیرخطی برای کسر حجمی استفاده می‌شود. در این مدل ریاضی خواص مکانیکی بصورت تابعی از نسبت اختلاط مواد در هم تغییر می‌کنند. اختلاط مواد طبق رابطه زیر تعریف می‌شود و توسط مقدار توان  $n$  کنترل می‌شود [۷]:

$$V_f = \frac{r^n - r_i^n}{r_o^n - r_i^n} \quad (4)$$

$$p = p_i + (p_o - p_i) V_f \quad (5)$$

که در رابطه فوق  $p$  بیانگر یک خاصیت از ماده FGM می‌باشد.

### روش کالوکیشن نقطه‌ای شعاعی

در روش کالوکیشن تابع میدان (که در تحلیل الاستیسیته میدان جابجایی می‌باشد) با استفاده از توابع شکل تقریب زده می‌شود. در این نوشتار از توابع شکل میانبایی نقطه‌ای شعاعی (RPIM) استفاده می‌شود. تقریب RPIM بسط داده شده با چندجمله‌ای‌ها را می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n R_i(\mathbf{x}) a_i + \sum_{j=1}^m p_j(\mathbf{x}) b_j = \mathbf{R}^T(\mathbf{x}) \mathbf{a} + \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{b} \quad (6)$$

که  $R_i(X)$  یک تابع پایه شعاعی (RBF)،  $n$  تعداد توابع پایه شعاعی،  $p_j(X)$  یک تک جمله‌ای در مختصات مکانی  $x^T = [x, y]$  که عبارات آن «بردارهای پایه‌ای» از درجه  $p$  بوده و از مثلث خیام-پاسکال بدست می‌آیند و  $m$  تعداد توابع پایه چندجمله‌ای می‌باشد.

از آنجائیکه ماتریس  $R_0$  متقارن می‌باشد، ماتریس  $G$  نیز متقارن خواهد بود. با حل معادله (۱۴) نتیجه می‌شود:

$$\mathbf{a}_0 = \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{Bmatrix} = \mathbf{G}^{-1} \tilde{\mathbf{U}}_s \quad (16)$$

معادله (۶) می‌تواند بدین صورت بازنویسی شود:

$$u(\mathbf{x}) = \mathbf{R}^T(\mathbf{x})\mathbf{a} + \mathbf{p}^T(\mathbf{x})\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}^T(\mathbf{x}) & \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

با استفاده از معادله (۱۶) می‌توان معادله (۱۷) را به شکل زیر در نظر گرفت:

$$u(\mathbf{x}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}^T(\mathbf{x}) & \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \end{Bmatrix} \mathbf{G}^{-1} \tilde{\mathbf{U}}_s = \tilde{\Phi}^T(\mathbf{x}) \tilde{\mathbf{U}}_s \quad (18)$$

بنابراین توابع شکل RPIM می‌توانند بصورت زیر بیان شوند:

$$\tilde{\Phi}^T(\mathbf{x}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}^T(\mathbf{x}) & \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \end{Bmatrix} \mathbf{G}^{-1} = \{\phi_1(\mathbf{x}) \quad \phi_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \phi_n(\mathbf{x}) \quad \phi_{n+1}(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \phi_{n+m}(\mathbf{x})\} \quad (19)$$

در نهایت توابع شکل RPIM مرتبط با بردار جابجایی گرهی بدین شکل بدست می‌آیند:

$$\Phi^T(\mathbf{x}) = \{\phi_1(\mathbf{x}) \quad \phi_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \phi_n(\mathbf{x})\} \quad (20)$$

معادله (۱۸) و مشتقات آن می‌تواند بصورت زیر بازنویسی شوند:

$$u(\mathbf{x}) = \Phi^T(\mathbf{x}) \mathbf{U}_s = \sum_{i=1}^n \phi_i u_i \quad (21)$$

$$u_{,i}(\mathbf{x}) = \Phi_{,i}^T(\mathbf{x}) \mathbf{U}_s \quad (22)$$

که  $l$  نشانگر مختصات  $x$  یا  $y$  می‌باشد. چنانچه ذکر گردید در روش بدون المان کالوکیشن نیاز به توزیع گرهی در دامنه مسئله می‌باشد. در مسئله یک بعدی استوانه بلند گره ابتدایی در جداره داخلی با شرط مرزی مشتقی  $\sigma_r = -P_i$  و گره انتهایی در جداره خارجی با شرط مرزی مشتقی  $\sigma_r = 0$  فرض می‌شوند. با بسط معادله ناوبر-کوشی حاصل برای استوانه بلند FGM معادله‌ای بصورت زیر حاصل خواهد شد:

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + B \frac{\partial u}{\partial r} + Du = 0 \quad (23)$$

که  $A$ ،  $B$  و  $D$  ضرایب ثابتی هستند. با اعمال تقریب‌های (۲۱) و (۲۲):

$$\left( A \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial r^2} + B \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + D \sum_{i=1}^n \phi_i \right) u_i = \frac{0}{F} \quad (24)$$

که با مقایسه با فرم کلی تحلیل استاتیکی  $KU = F$  بردارهای  $K$  و  $F$  در گره‌های میانی (غیر از گره اول و انتهایی) بدست خواهند آمد. در گره‌های ابتدایی و انتهایی نیز بر اساس شرایط مرزی مذکور و با بسط روابط ماتریسهای سختی و نیرو حاصل خواهند شد. در نهایت با حل دستگاه معادلات مربوط به تحلیل استاتیکی، بردار جابجایی و نهایتاً بردارهای تنش در استوانه بدست خواهند آمد.

## نتایج

در این بخش تحلیل جامعی در مورد تحلیل استاتیکی استوانه FGM با طول نامحدود و تحت فشار داخلی صورت می‌گیرد. بدین صورت

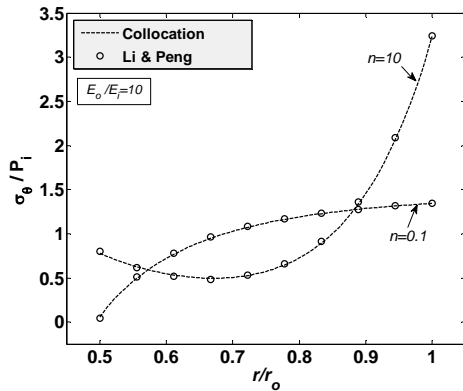
که به بررسی تنش شعاعی و همچنین تنش محیطی پرداخته می‌شود و نیز تأثیر «ضخامت جداره» و همچنین «شدت تغییرات خواص مکانیکی» (مقدار  $n$  در مدل ریاضی FGM) مورد کاوش قرار می‌گیرد و در نهایت تمام نتایج حاصله با نتایج ارائه شده توسط لی و پنگ [۷] مقایسه می‌شوند. از آنجائیکه تغییرات ضریب پواسون در جهت شعاعی در مقایسه با تغییرات مدول یانگ ناچیز می‌باشد این پارامتر در تحلیل ثابت فرض می‌شود. جهت تحلیل استاتیکی استوانه از ضریب پواسون  $\nu = 0.3$ ، نسبت‌های مختلف مدول یانگ و شعاع در جداره‌های داخلی و خارجی استوانه  $(r_o/r_i \text{ و } E_o/E_i)$  های مختلف) و روش کالوکیشن مستقیم با توابع شکل استفاده می‌شود. در این تحلیل از ۳۱ گره توزیع شده در دامنه مسئله، پارامتر شکل گوسی  $\alpha_c = 0.006$  و بردار پایه خطی درجه چهار از مثلث خیام-پاسکال استفاده می‌گردد.

در مرحله اول، پاسخ‌ها برای حالتی که متغیرها بصورت  $n=10$  و  $r_i/r_o = 0.1$ ،  $E_o/E_i = 0.1$  می‌باشند، محاسبه می‌شود. شکل (۱) نشانگر تنش محیطی در این حالت بوده و ملاحظه می‌شود که پاسخ‌ها مطابقت خوبی با مرجع مذکور [۷] دارند. همچنین مشاهده می‌شود که ماکزیمم تنش محیطی در شعاع داخلی استوانه و حدود  $P_i$  و مینیمم آن در شعاع خارجی و نزدیک صفر می‌باشد. در مرحله دوم در دو حالت  $n=0.1, 10$  و به ازای  $E_o/E_i = 10$  و  $r_i/r_o = 0.1$  تنش‌های محیطی بصورت شکل (۲) استخراج می‌گردند. نکته جالب در این حالت، تأثیر بسیار زیاد  $n$  در رابطه (۴) بر توزیع تنش محیطی می‌باشد بطوریکه محل و مقدار ماکزیمم و مینیمم تنش محیطی را تغییر می‌دهد. در مرحله سوم نمودار تنش محیطی بر حسب شعاع در صورتیکه  $E_o/E_i = 10$  و  $r_i/r_o = 0.5$  در دو حالت  $n=0.1, 10$  مطابق شکل (۳) ترسیم می‌گردد. در این حالت که ضخامت استوانه کاهش یافته است تغییرات کاملاً متفاوتی نسبت به مرحله قبل مشاهده می‌شود و با این تغییر در ابعاد هندسی، محل ماکزیمم تنش محیطی به شعاع خارجی منتقل می‌شود و مقدار آن برای حالتی که  $n=10$  است تا حدود  $3.25P_i$  افزایش می‌یابد. نتیجه دیگر اینکه با ثابت بودن ابعاد استوانه و با تغییر  $n$ ، مقدار و محل مینیمم تنش محیطی تغییر می‌کند و همچنین با افزایش  $n$ ، مقدار ماکزیمم تنش محیطی افزایش می‌یابد. در مرحله چهارم ضخامت استوانه نسبت به مرحله قبل کاهش داده می‌شود و بدین ترتیب نمودار تنش محیطی بر حسب شعاع در صورتیکه  $E_o/E_i = 10$  و  $r_i/r_o = 0.8$  مطابق شکل (۴) و برای دو حالت  $n=0.1, 10$  حاصل می‌شود. مشاهده می‌شود که برای  $n=10$  مقدار ماکزیمم تنش محیطی افزایش یافته و به مقدار  $9.4P_i$  می‌رسد. پس به عنوان نتیجه کلی می‌توان گفت که کاهش ضخامت جداره استوانه و افزایش توان  $n$  ضمن اینکه محل ماکزیمم تنش محیطی را به سمت شعاع خارجی هدایت می‌کنند، باعث افزایش مقدار ماکزیمم تنش محیطی نیز می‌شوند. در شکل (۵) در دو حالت  $r_i/r_o = 0.1, 0.5$  و به ازای  $n=0.1, 10$  تغییرات تنش شعاعی در استوانه ترسیم شده است. مطابق این شکل در هر دو حالت تنش

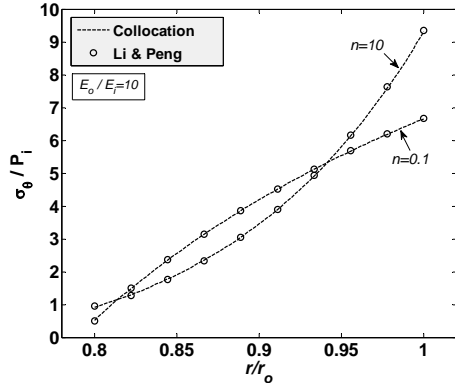
شعاعی از  $P_i -$  در جداره داخلی تا صفر در جداره خارجی تغییر می‌کند.

### بحث و نتیجه‌گیری

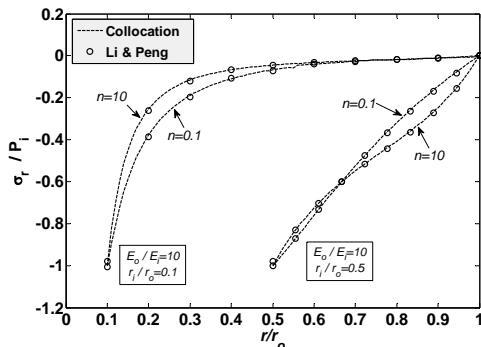
در این مقاله تحلیل استاتیکی یک استوانه FGM ایزوتروپیک که تحت فشار داخلی قرار داشت به روش بدون المان کالوکیشن انجام گرفت. جهت مدلسازی ماده FGM از رابطه غیرخطی کسر حجمی استفاده شد. همچنین در روش بدون المان مورد استفاده از توابع شکل RPIM بهره گرفته شد که نتایج بدست آمده نشان از کارآمد بودن این روش در حل این مسائل بود. توزیع تنش‌های محیطی و شعاعی بدست آمده برای استوانه های بلند با نتایج کارهای قبلی مقایسه و مطابقت بسیار خوبی بین آن‌ها مشاهده شد. برای این استوانه‌های بلند مشخص شد که کاهش ضخامت استوانه و نوع تغییرات خواص مکانیکی تاثیر زیادی روی تنش محیطی دارد ولی تاثیر قابل توجهی روی تنش شعاعی ندارد.



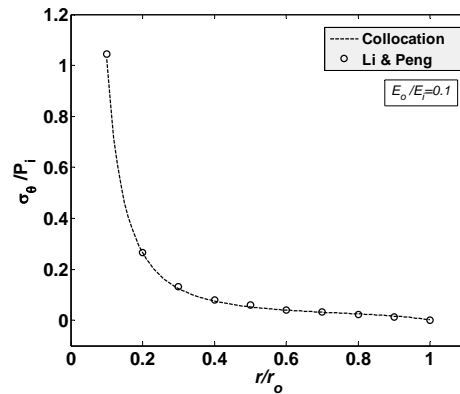
شکل ۳: تغییرات تنش محیطی در حالتیکه  $r_i/r_0=0.5$ ,  $E_o/E_i=10$



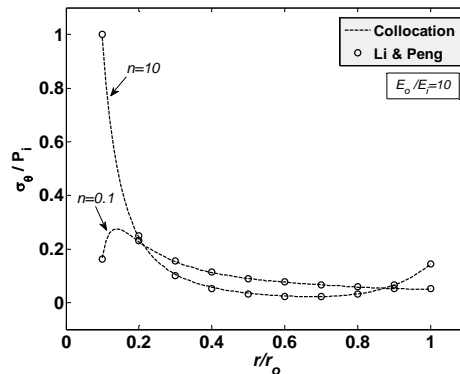
شکل ۴: تغییرات تنش محیطی در حالتیکه  $r_i/r_0=0.8$ ,  $E_o/E_i=10$



شکل ۵: تغییرات تنش شعاعی در حالتیکه  $r_i/r_0=0.1$ ,  $E_o/E_i=0.1$



شکل ۱: تغییرات تنش محیطی در حالتیکه  $r_i/r_0=0.1$ ,  $E_o/E_i=0.1$



شکل ۲: تغییرات تنش محیطی در حالتیکه  $r_i/r_0=0.1$ ,  $E_o/E_i=10$

### مراجع

- [1] Koizumi, M. 1993. "The Concept of FGM". Ceramic Trans. Functionally Graded Materials, 34, pp. 3-10.
- [2] LIU, G.R., GU, Y.T. 2005. *An introduction to meshfree methods and their programig*. Springer press, netherland.
- [3] Snell, C., Vesey, DG. and Mullord, P., 1981, "The application of a general FDM to some boundary value problems". Comp. Struct., 13, pp. 547-552.
- [4] Zhang, X., Song, KZ., Lu, MW. and Liu, X., 2000, "Meshless methods based on collocation with radial basis functions". Comput. Mechanics, 26(4), pp. 333-343.
- [5] Oñate, E. , Idelsohn, S., Zienkiewicz, OZ, and Taylor, RL., 1996, "A finite point method in computational mechanics. Applications to convective transport and fluid flow". Int. J. Numer. Methods Engrg., 39, pp. 3839-3867

- [6] Tutuncu, N., Ozturk, M. 2001. "Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels" . J. Compos. part B, 32, pp. 683-686.
- [7] Li, X. F, Peng, X. L., 2009, "Pressurized Functionally Graded Hollow Cylinder with Arbitrarily Varying Material Properties". J. Elas., 96, pp. 81-95.
- [8] Tutuncu, N., Temel, B. 2009, "A novel approach to stress analysis of pressurized FGM cylinders, disks and spheres. Composite structures", 91, pp385-390.
- [9] Franke, C. and Schaback, R. 1997, "Solving Partial Differential Equations by Collocation Using Radial Basis Functions". Applied Mathematics and Computation, 93, pp. 73-82.